

REAL OPTIONS
CAPITOLO 7 : APPLICAZIONI IN
TEMPO DISCRETO

Chiara D'Alpaos, Michele Moretto e Sergio Vergalli
Università di Brescia

Questa versione Dicembre 2007

Contents

1	IL VALORE DEL CAMBIO DI DESTINAZIONE D'USO DI UN'AREA URBANA	2
1.1	Il NPV	3
1.2	Il NPVE (<i>Extended Net Present Value</i>)	3
2	IL VALORE A PRESERVARE, TRASFORMARE O SVILUP- PARE UNA RISORSA NATURALE: IL CASO DI UN'AREA	5
2.1	Calcolo dei NPV per le diverse destinazioni d'uso	5
2.2	Il modello decisionale	7
2.3	L'approccio delle opzioni reali	8
2.4	La regola decisionale secondo l'approccio delle opzioni reali	9
2.5	Il valore d'opzione (<i>quasi-option value</i>)	10
3	LA VALUTAZIONE DELLA FLESSIBILITA' OPERATIVA NEL SERVIZIO IDRICO INTEGRATO	10
3.1	Un investimento in espansione della capacità produttiva	12
3.2	Un investimento in un progetto modulare	15
3.3	Il valore della flessibilità ad investire in un progetto di acquedotto	18
3.3.1	Il caso di un progetto di captazione da campo pozzi	18
3.3.2	Il caso di un progetto modulare	28
3.4	Appendice	30
4	IL "GLOBAL WARMING" E LE "WEATHER DERIVA- TIVES"	32
4.1	Global warming and related impacts	33
4.2	What are Weather Derivatives ?	34
4.3	A 'standard' insurance contract	36
4.4	A 'put' contract	37
4.5	Comparison	38

1 IL VALORE DEL CAMBIO DI DESTINAZIONE D'USO DI UN'AREA URBANA

- Questo lavoro è tratto da Titman (1985)¹
- L'esempio considera la possibilità di costruire un condominio con sei/nove appartamenti al tempo $t = 0$ (oggi) oppure al tempo $t = 1$ (un periodo futuro), su di un'area non urbanizzata.
- **Il valore d'opzione ad attendere a costruire il condominio rappresenta così il valore a preservare l'area, cioè il valore a non cambiarne destinazione d'uso.**
- Inoltre, la dimensione del condominio così come la tipologia del condominio nel futuro è incerta in quanto dipenderà dell'evoluzione dei gusti dei consumatori e della domanda nel mercato immobiliare. In questo modo, decidere di costruire oggi un condominio di 6 o 9 unità potrebbe risultare sub-ottimale rispetto alla decisione di aspettare domani e decidere una volta che si hanno maggiori informazioni sulle condizioni di mercato.
- **Per affrontare questo esempio facciamo riferimento al modello binomiale dove il prezzo di mercato di un appartamento del tipo in costruzione è descritto dal seguente albero:**

$$P_0 = \$100000 \begin{array}{l} \nearrow P^+ = \$150000 \text{ con probabilità } q = 0.5 \\ \searrow P^- = \$90000 \text{ con probabilità } 1 - q = 0.5 \end{array} \quad (1)$$

- Il costo di costruzione è costante nel tempo e pari a \$80000 per appartamento per un complesso di sei unità per un totale di $I_0^6 = \$480000$. Mentre è di \$90000 per appartamento per un complesso di nove unità per un totale di $I_0^9 = \$810000$.
- Il tasso di interesse privo di rischio è $r = 0.10$.

¹Titman, S. (1985), "Urban land prices under uncertainty", *American Economic Review*, 75, pp. 505-514.

- Infine, assumiamo che se gli appartamenti venissero affittati, l'affitto di una unità sarebbe in grado di coprire esattamente i costi operativi (manutenzione e gestione) dello stesso.

1.1 Il NPV

- Calcoliamo per primo il NPV_0 nel caso il condominio venisse costruito subito. Il valore dell'investimento risulta essere:

$$NPV_0 = nP_0 - I_0$$

dove n è il numero di unità costruite. Cioè:

$$\begin{aligned} NPV_0^6 &= 6 \times \$100000 - \$480000 = \$120000 \\ NPV_0^9 &= 9 \times \$100000 - \$810000 = \$90000 \end{aligned}$$

- Il valore dell'area urbana risulta essere il massimo fra questi:

$$\begin{aligned} NPV_0 &= \max [NPV_0^6, NPV_0^9] \\ &= NPV_0^6 \equiv \$120000 \end{aligned}$$

1.2 Il NPVE (*Extended Net Present Value*)

- Se la costruzione venisse rimandata di un periodo il valore dell'investimento sarebbe oggi simile ad una CALL option, il cui albero per un condominio composto da 6 unità è:

$$\begin{aligned} C_0^6 &\nearrow C^{6,+} = \max(6P^+ - I_0, 0) = 6 \times \$150000 - \$480000 = \$420000 \\ &\searrow C^{6,-} = \max(6P^- - I_0, 0) = 6 \times \$90000 - \$480000 = \$60000 \end{aligned} \quad (2)$$

- Mentre per un condominio composto da 9 unità è:

$$\begin{aligned} C_0^9 &\nearrow C^{9,+} = \max(9P^+ - I_0, 0) = 9 \times \$150000 - \$810000 = \$540000 \\ &\searrow C^{9,-} = \max(9P^- - I_0, 0) = \$0 \end{aligned} \quad (3)$$

- Confrontando i due alberi, risulta che la strategia ottimale sarebbe quella di investire nel progetto con 9 unità se domani il prezzo degli appartamenti salisse a P^+ e invece nel condominio con 6 unità se il prezzo degli appartamenti scendesse a P^- .
- Facendo riferimento al modello di Cox, Ross e Ingersoll, il valore dell'area urbana comprensivo della possibilità di aspettare ad investire (ENPV) risulta pertanto:

$$C_0 = \frac{pC^{9,+} + (1-p)C^{6,-}}{1+r} = \frac{\frac{1}{3}(540) + \frac{2}{3}(60)}{1.10} = \$200000 \quad (4)$$

dove $p = \frac{(1+r)P_0 - P^-}{P^+ - P^-} = \frac{1}{3}$ è la probabilità neutrale al rischio.

- Facciamo ora il confronto fra il NPV_0 e il $NPVE_0$ esteso che tiene conto dell'opzione ad investire domani se la domanda sale:

$$NPVE_0 > NPV_0 \rightarrow \$200000 > \$120000$$

Inoltre, se l'investimento venisse deciso oggi risulterebbe conveniente costruire un condominio di 6 unità se invece si aspettasse domani potrebbe risultare conveniente investire su un complesso di 9 unità.

- Il valore d'opzione, OV , coincide con la differenza (qualora questa sia positiva) tra il valore dell'area calcolato secondo il NPV_0 e il valore dell'area determinato utilizzando il modello dinamico binomiale:

$$OV = \max[0, NPVE_0 - NPV_0] = \$80000$$

- L'OV "cattura" il valore del diritto a differire la costruzione del condominio, quindi rappresenta una stima del valore dell'area nello stato d'uso attuale.

2 IL VALORE A PRESERVARE, TRASFORMARE O SVILUPPARE UNA RISORSA NATURALE: IL CASO DI UN'AREA

- Esempio tratto da Amaran e Kulatilaka (1999) e Bosetti e Messina (2000).²
- Le diverse destinazioni d'uso sono:
 - Mantenere lo status quo (SQ)
 - Sviluppare l'area (DV) sostenendo un costo di investimento I_d
 - Preservare l'area e trasformarla in un parco naturale (NP) sostenendo un costo I_p

2.1 Calcolo dei NPV per le diverse destinazioni d'uso

Nello status quo l'unica fonte di profitto sono le attività ricreative (*amenities*) che generano un flusso di profitti costante pari a a . Il valore attuale di tali attività è:

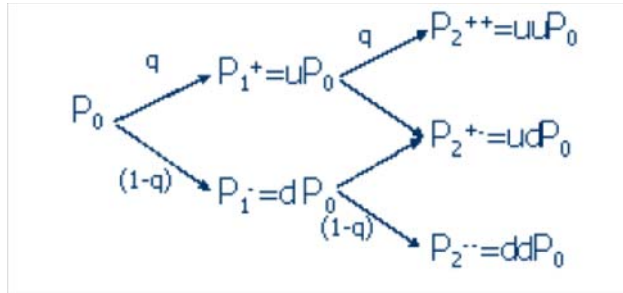
$$A = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{a}{(1 + \hat{\alpha}_{SQ})^t} = a \cdot \frac{1 + r}{r}$$

dove $\hat{\alpha}_{SQ}$ è il tasso aggiustato per il rischio. Inoltre assumiamo che $\hat{\alpha}_{SQ} \equiv r$ (non c'è rischio in queste attività)

Il valore attuale dell'alternativa DV è dato da un flusso di ricavi aleatori che hanno luogo durante la vita di esercizio del progetto. Questa alternativa implica la decisione irreversibile di sacrificare ogni *amenity* o altra destinazione d'uso potenziale. L'albero binomiale (P_0, u, d, q) con $u > 1$ e $d < 1$ può essere rappresentato nel modo seguente:

²Amaran M. e Kulatilaka N. (1999), *Real Options, Managing Strategic Investment in an Uncertain World*, Harvard Business School Press: Boston MA.

Bosetti, V. e Messina, E. (2000), "Quasi option value and irreversible choice", FEEM Note di lavoro, Milano.



Il valore atteso di P_t all'istante $t = 0$ è:

$$E(P_t) = [qu + (1 - q)d]^t P_0 \equiv [\alpha_{DV}]^t P_0$$

Il valore attuale dei ricavi è quindi:

$$PV_0^{DV}(P_0, q) = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{E(P_t)}{(1 + \hat{\alpha}_{DV})^t} = \frac{1 + \hat{\alpha}_{DV}}{1 + \hat{\alpha}_{DV} - \alpha_{DV}} P_0$$

dove $\hat{\alpha}_{DV}$ è il tasso aggiustato per il rischio di queste attività, con $\hat{\alpha}_{DV} > \alpha_{DV}$.

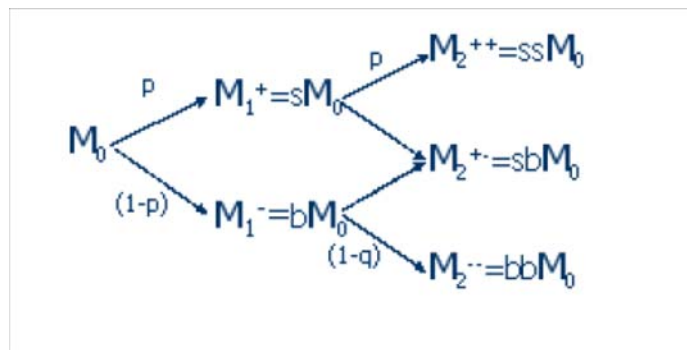
Il valore attuale dei costi operativi c (supposti costanti) è dato da:

$$C = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{c}{(1 + r)^t} = \frac{r}{1 + r} c$$

Infine il valore attuale netto dell'alternativa DV che indichiamo con NPV^{DV} , è:

$$NPV_0^{DV}(P_0, q) = PV_0 - C - I_d$$

L'alternativa parco naturale (NP) implica un investimento iniziale $I_p < I_d$ e un flusso di ricavi stocastici definito da un albero binomiale (M_0, s, b, p) con $s > 1$ e $b < 1$ tale che $M_0 > A$



Il valore atteso di M_t all'istante $t = 0$ è:

$$E(M_t) = [ps + (1 - p)b]^t M_0 \equiv [\alpha_{NP}]^t M_0$$

Il valore attuale del flusso di ricavi è:

$$PV_0^{NP}(M_0, p) = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{E(M_t)}{(1 + \hat{\alpha}_{NP})^t} = \frac{1 + \hat{\alpha}_{NP}}{1 + \hat{\alpha}_{NP} - \alpha_{NP}} M_0$$

dove $\hat{\alpha}_{NP}$ è il tasso aggiustato per il rischio di queste attività, con $\hat{\alpha}_{NP} > \alpha_{NP}$.

Il valore attuale del flusso di costi operativi unitari costanti g è dato da:

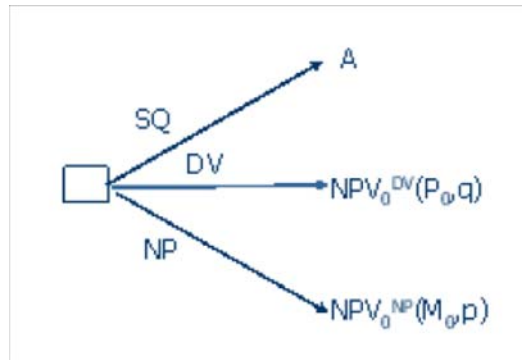
$$G = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{g}{(1 + r)^t} = \frac{1 + r}{r} g$$

Infine il valore attuale netto dell'alternativa NP che indichiamo con NPV^{NP} , è:

$$NPV_0^{NP}(M_0, p) = PV_0 - G - I_p$$

2.2 Il modello decisionale

La regola del NPV ($ENPV$) può essere riassunta in questo modo:



Secondo la regola decisionale del valore attuale netto atteso ($ENPV$), il valore dell'area è dato da:

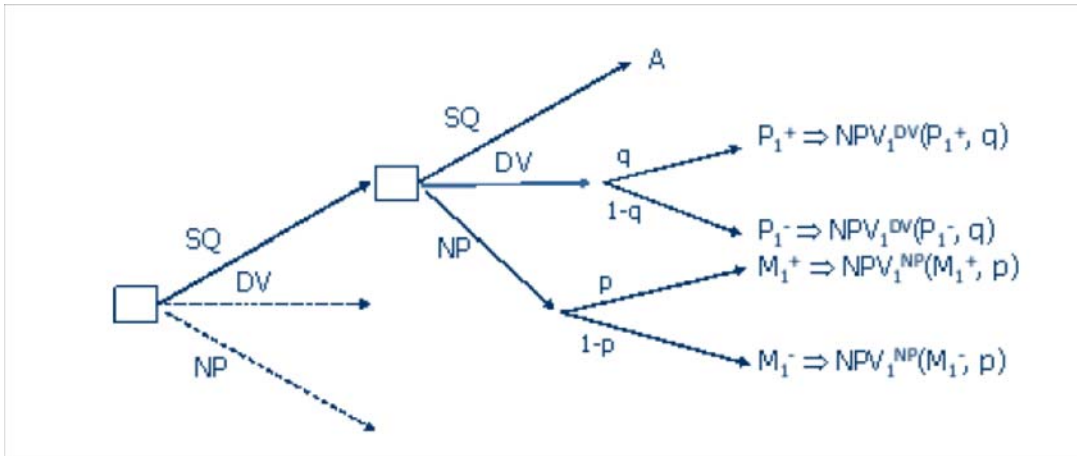
$$W_{ENPV} = \max [A, NPV_0^{DV}, NPV_0^{NP}] \quad (5)$$

2.3 L'approccio delle opzioni reali

Il modello prevede la possibilità di differire la decisione relativa alla destinazione dell'area al primo periodo. la regola decisionale deve ora tenere in considerazione l'eventualità di entrare in possesso di nuove informazioni

L'alternativa DV è altamente irreversibile, mentre entrambe le altre due (rispettivamente SQ e NP) mantengono la possibilità di passare dopo il primo periodo a destinazioni d'uso più economicamente vantaggiose.

L'alternativa SQ è massimamente flessibile. Durante il primo periodo, entrando in possesso di ulteriori informazioni rispetto a P_1 e M_1 , il decision-maker può scegliere la strategia ottimale di sviluppo sulla base delle probabilità q e p .



Il valore di ogni ramo dell'albero decisionale è:

$$W_1^{++} = \max [A, NPV_1^{DV}(P_1^+, q), NPV_1^{NP}(M_1^+, p)]$$

$$W_1^{-+} = \max [A, NPV_1^{DV}(P_1^-, q), NPV_1^{NP}(M_1^+, p)]$$

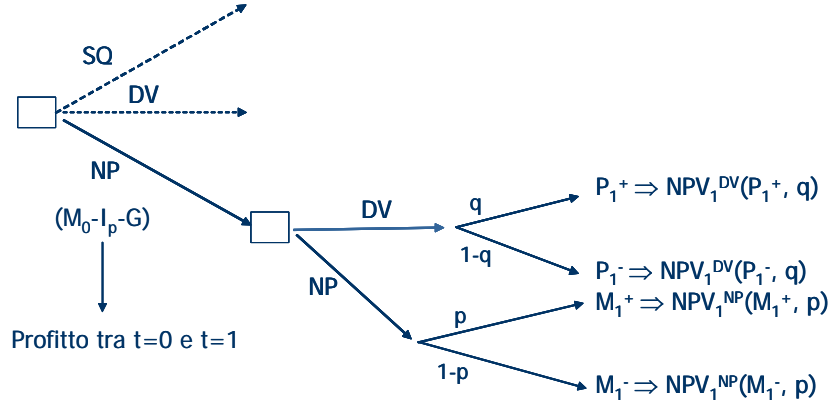
$$W_1^{+-} = \max [A, NPV_1^{DV}(P_1^+, q), NPV_1^{NP}(M_1^-, p)]$$

$$W_1^{--} = \max [A, NPV_1^{DV}(P_1^-, q), NPV_1^{NP}(M_1^-, p)]$$

Risulta pertanto che Il valore dell'area nello SQ all'istante $t = 0$ risulta:

$$W_0^{SQ} = a + \frac{pqW_1^{++} + p(1-q)W_1^{-+} + (1-p)qW_1^{+-} + (1-p)(1-q)W_1^{--}}{1+r}$$

L'alternativa *NP* lascia al decision maker l'opportunità di passare all'alternativa *DV* durante il primo periodo qualora questa risulti più economicamente vantaggiosa



Anche in questo caso il valore di ogni ramo dell'albero decisionale risulta:

$$V_1^{++} = \max [NPV_1^{DV}(P_1^+, q), NPV_1^{NP}(M_1^+, p)]$$

$$V_1^{-+} = \max [NPV_1^{DV}(P_1^-, q), NPV_1^{NP}(M_1^+, p)]$$

$$V_1^{+-} = \max [NPV_1^{DV}(P_1^+, q), NPV_1^{NP}(M_1^-, p)]$$

$$V_1^{--} = \max [NPV_1^{DV}(P_1^-, q), NPV_1^{NP}(M_1^-, p)]$$

Risulta pertanto che Il valore dell'area nel caso dell'alternativa *NP*, all'istante $t = 0$, risulta:

$$W_0^{NP} = (M_0 - I_p - g) + \frac{pqV_1^{++} + p(1-q)V_1^{-+} + (1-p)qV_1^{+-} + (1-p)(1-q)V_1^{--}}{1 + \hat{\alpha}_{NP}}$$

2.4 La regola decisionale secondo l'approccio delle opzioni reali

La decisione di sviluppare l'area nel primo periodo, differire l'investimento o di intraprendere l'opportunità di investimento semi-flessibile si basa quindi sul seguente confronto:

$$W_0^{option} = \max [W_{ENPV}, W_0^{NP}, W_0^{SQ}] \quad (6)$$

Poichè per definizione $W_0^{SQ} > A$ e $W_0^{NP} > NPV_{NP}$ abbiamo:

$$W_0^{option} = \max [NPV_{DV}, W_0^{NP}, W_0^{SQ}] \quad (7)$$

1. Se il massimo coincide con NPV_{DV} la decisionale ottimale è di investire nell'alternativa DV all'istante $t=0$.
2. Se $W_0^{option} = W_0^{SQ}$ entrambe le decisioni dovrebbero essere procrastinate e gli investimenti essere intrapresi nel primo periodo senza sostenere costi irrecuperabili (*sunk cost*).
3. Se $W_0^{option} = W_0^{NP}$ la strategia ottimale è impegnarsi a realizzare l'investimento (*commit the investment*) sostenendo i costi I_p , prevenendo la possibilità di modificare eventualmente tale decisione in futuro.

2.5 Il valore d'opzione (*quasi-option value*)

Il valore d'opzione, OV , coincide con la differenza (qualora questa sia positiva) tra il valore dell'area calcolato secondo gli approcci tradizionali e il valore dell'area determinato utilizzando modelli dinamici di valutazione:

$$OV = \max [0, W_0^{option} - W_{ENPV}]$$

L' OV "cattura" il valore del diritto a differire ogni decisione o a differire la sola decisione totalmente irreversibile.

3 LA VALUTAZIONE DELLA FLESSIBILITA' OPERATIVA NEL SERVIZIO IDRICO INTEGRATO

- Questa parte far riferimento a D'Alpaos e Moretto(2005)³
- **Premessa:**

³D'Alpaos, C. e Moretto, M. (2005), "La valutazione della flessibilità nel servizio idrico integrato", *Economia Pubblica*, n. 3, pp. 27-60.

- Le questioni da risolvere nella progettazione e nella realizzazione delle strutture essenziali del servizio idrico integrato presentano, per alcuni aspetti, delle analogie (fra cui la presenza di forti economie di scala e di scopo) con le problematiche che si riscontrano nello studio di altri sistemi di distribuzione a rete (reti per il gas, l'energia elettrica e le telecomunicazioni).
- I sistemi a rete del servizio idrico permettono un'ampia gamma di soluzioni alternative, derivanti da una diversa combinazione dei singoli elementi del sistema, che consentono ampi margini di flessibilità di funzionamento e di esercizio delle infrastrutture del servizio idrico.
- I progressi tecnologici hanno portato, in particolare, alla progettazione di sistemi acquedottistici complessi di tipo reticolare o integrato, caratterizzati dalla possibilità di espandere il sistema stesso in maniera modulare e per fasi successive. Tale possibilità garantisce una maggiore flessibilità al sistema di approvvigionamento e una grande capacità di adattamento al diverso andamento dei consumi.
- La diversificazione delle fonti comporta interessanti effetti di integrabilità tra le stesse. Le varie tipologie di fonte differiscono, infatti, per il differente regime idrologico e per l'entità delle portate che sono in grado di garantire.
- La scelta progettuale in favore di un sistema integrato presenta numerosi vantaggi, tra cui l'espandibilità dello schema (che garantisce un'opportunità di investimento per fasi successive), l'elasticità funzionale ed un elevato sinergismo tra le diverse componenti grazie alla presenza di una serie di filiere interconnesse (secondo uno schema in parallelo) che ne aumentano la flessibilità idraulica di esercizio.
- Le nuove tecniche di potabilizzazione e di depurazione prevedono, a loro volta, trattamenti che possono essere modulati secondo una serie di processi in successione, in cui la scelta della singola fase di trattamento può essere, di caso in caso, subordinata alle caratteristiche delle acque in arrivo agli impianti che risultano così essere dotati di un elevato grado di flessibilità.

3.1 Un investimento in espansione della capacità produttiva

1. Il progetto di investimento (di qui in avanti indicato con A) è un progetto di grandi dimensioni in grado di generare, una volta realizzato, un flusso di cassa annuale pari a:

$$\Pi_t^A = \Pi_t^A(X^A) \quad (8)$$

dove X^A indica la dimensione del progetto (metri cubi, m^3).

2. La vita utile del progetto è pari a T_u (anni) e trascorso il periodo di tempo T_u il valore residuo degli impianti è nullo.
3. L'evoluzione nel tempo di Π_t^A è descritta da un processo Browniano geometrico caratterizzato da un rendimento atteso istantaneo $\mu \geq 0$ e da una volatilità istantanea $\sigma > 0$

$$d\Pi_t^A = \mu\Pi_t^A dt + \sigma\Pi_t^A dz_t \quad \Pi_0^A = \Pi^A \quad (9)$$

4. La realizzazione del progetto impone un costo di investimento (costruzione e installazione) pari a I^A . Dato l'alto livello di specificità dell'investimento, tale costo è assunto per semplicità completamente irrecuperabile.
5. Infine, nel quadro del **Piano d'Ambito**, il gestore del servizio idrico è in grado di differire la realizzazione del progetto di τ anni.

- Per stimare sia il valore di mercato del progetto sia il suo valore attuale netto "esteso" è necessario in primo luogo determinare il suo tasso di rendimento. A questo proposito, poichè il progetto di investimento oggetto di analisi non ha un mercato di riferimento in cui possa essere scambiato e che ne determini il prezzo di equilibrio, il suo tasso di rendimento atteso μ non può essere maggiore del tasso di rendimento atteso $\hat{\mu}$ richiesto sul mercato da progetti appartenenti alla medesima classe di rischio per i quali, al contrario, esiste un mercato ben sviluppato. Pertanto è possibile definire la caduta (*shortfall*) di rendimento come la differenza $\delta \equiv \hat{\mu} - \mu > 0$, in analogia con la differenza di rendimento che si ha tra il tasso di rendimento di un titolo che corrisponde dividendi (costanti) e il tasso di rendimento di un titolo che non ne corrisponde.

- In altre parole, δ indica il costo opportunità annuale di detenere una posizione sul progetto A piuttosto che su un progetto di equivalente rischiosità che possa, però, essere venduto sul mercato. Inoltre, poiché il titolo (finanziario) equivalente scambiato sul mercato soddisfa alla condizione di equilibrio $\hat{\mu} = r + RP$, per la quale il tasso di rendimento può essere espresso come la somma del tasso di interesse privo di rischio r e di un premio per il rischio RP , è lecito esprimere il tasso di rendimento del progetto come $\mu - RP = r - \delta$ (*cost of carry*).
- Poiché il minor flusso di cassa certo con cui si scambierebbe un flusso di cassa gravato dal rischio è il suo equivalente certo, sostituendo in (9) il tasso di crescita corrente μ con il suo "equivalente certo" (o *risk-neutral*) $r - \delta$, è possibile ricavare la dinamica dei flussi di cassa in un mondo "artificialmente" neutrale al rischio:

$$d\Pi_t^A = (r - \delta)\Pi_t^A dt + \sigma\Pi_t^A dz_t \quad \Pi_0^A = \Pi^A \quad (10)$$

- Inoltre, poiché (10) descrive la dinamica di un flusso di cassa in un mondo neutrale al rischio, il flusso di cassa viene attualizzato al tasso privo di rischio e il valore di mercato di un progetto la cui vita utile di esercizio è pari a T_u risulta:

$$V^A(\Pi^A) = E \left\{ \int_0^{T_u} e^{-rt} \Pi_t^A dt \right\} \equiv \frac{\Pi^A(X^A)}{\delta} (1 - e^{-\delta T_u}) \quad (11)$$

dove $E(\cdot)$ indica l'operatore di valore atteso calcolato sotto la misura di probabilità aggiustata per il rischio (Cox e Ross, 1976; Harrison e Kreps, 1979).

- Infine anche l'andamento del valore di mercato V^A , che risulta essere un multiplo costante di Π^A , è descritto da un moto Browniano geometrico caratterizzato dagli stessi parametri $(r - \delta)$ e σ , cioè:

$$dV_t^A = (r - \delta)V_t^A dt + \sigma V_t^A dW_t, \quad (12)$$

- A partire dalla (12), è possibile calcolare il valore dell'opportunità ad investire nel progetto A da parte di un gestore all'istante temporale generico $t < \tau$.

- Per le assunzioni sopra introdotte tale opportunità è analoga ad una opzione Call di tipo Europeo con scadenza fra τ anni da oggi e prezzo di esercizio I^A , definita su un asset (l'impianto) caratterizzato da un tasso di perdita di valore δ . Ovvero all'istante corrente $t < \tau$ si ha:

$$F^A(V_t^A, t) = E_t \{ e^{-r(\tau-t)} \max(V_\tau^A - I^A, 0) \} \quad (13)$$

dove τ individua il tempo di esercizio dell'opzione e V_τ^A è il valore del progetto calcolato all'istante τ .

- Applicando una condizione di non arbitraggio, è possibile ottenere il valore attuale netto "esteso", $F^A(V_t, t)$, come soluzione della seguente equazione differenziale alle derivate parziali del secondo ordine:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 (V^A)^2 F_{VV}^A + (r - \delta)(V^A)F_V^A - rF^A - F_t^A = 0 \quad (14)$$

soggetta alla condizione terminale:

$$F^A(V_\tau^A, \tau) = \max[V_\tau^A - I^A, 0] \quad (15)$$

e alle condizioni al contorno:

$$F^A(0, t) = 0 \quad \text{e} \quad \lim_{V_t^A \rightarrow \infty} F^A(V_t^A, t)/V_t^A = 1 \quad (16)$$

- La soluzione della (14) è data dalla ben nota formula di Black e Scholes:

$$F^A(V_t^A, t) = e^{-\delta(\tau-t)}\Phi(d_1)V_t^A - e^{-r(\tau-t)}\Phi(d_2)I^A, \quad (17)$$

in cui:

$$d_1(V_t^A) = \frac{\ln(V_t^A/I^A) + (r - \delta + \sigma^2/2)(\tau - t)}{\sigma\sqrt{\tau - t}}, \quad d_2(V_t^A) = d_1(V_t^A) - \sigma\sqrt{\tau - t}$$

e $\Phi(x)$ è la funzione di ripartizione della distribuzione normale standardizzata.

- Nel modello sopra proposto si è implicitamente assunto che l'impresa affidataria della gestione possa sfruttare i profitti comandati dal progetto per l'intera sua vita utile T_u una volta che questo viene realizzato. **In questo modo non è stato preso in considerazione il fatto che i contratti di concessione nel servizio idrico integrato hanno durata trentennale e, quindi, generalmente inferiore alla vita utile delle opere realizzate.**
 - La limitazione contrattuale sulla lunghezza del periodo di concessione comporta la necessità di apportare alcune correzioni allo schema risolutivo sopra proposto. In particolare è necessario introdurre un'assunzione ulteriore rispetto a quelle introdotte precedentemente:
6. Il contratto di concessione ha una durata pari a T_c anni.
- Tale assunzione ha alcune importanti conseguenze. Poiché $\tau \leq T_c < T_u$, il calcolo del valore attuale dell'*asset* deve fare riferimento alla vita di esercizio (economica) dell'impianto T_c anzichè alla vita utile (tecnica) dello stesso T_u . Il valore attuale del progetto risulta quindi inferiore rispetto a (11), cioè:

$$\begin{aligned}
V^A(\Pi^A) &= E \left\{ \int_0^{T_c-\tau} e^{-rt} \Pi_t^A dt \right\} \equiv \frac{\Pi^A(X^A)}{\delta} (1 - e^{-\delta(T_c-\tau)}) \quad (18) \\
&\equiv \frac{\Pi^A(X^A)}{\delta} (1 - e^{-\delta T_c}) - \frac{\Pi^A(X^A)}{\delta} (e^{-\delta(T_c-\tau)} - e^{-\delta T_c})
\end{aligned}$$

- Poichè (18) tende a zero quando il tempo di esercizio dell'opzione τ si avvicina alla momento della scadenza della concessione T_c , la condizione terminale (15) deve essere sostituita dalla nuova condizione:

$$\lim_{\tau \rightarrow T_c} F^A(V_\tau^A, \tau) = \lim_{\tau \rightarrow T_c} \max[V_\tau^A - I^A, 0] = 0 \quad (19)$$

3.2 Un investimento in un progetto modulare

- Gli investimenti modulari possono essere trattati da un punto di vista concettuale come un portafoglio di opzioni di potenziamento. Ogni modulo ha un'interfaccia specifica con gli altri che consente di modificare e potenziare la capacità produttiva di ogni modulo indipendentemente.

- L'eventualità che l'operatore possa scegliere tra due progetti A e B di differenti dimensioni, con la possibilità di integrare A in B in un momento successivo, rappresenta un caso specifico di investimento modulare .
- Le ipotesi che permettono una trattazione semplificata del caso degli investimenti sono:
 1. Il progetto A (di caratteristiche identiche a quello descritto nel paragrafo precedente) è il progetto di dimensioni minori, mentre il progetto B è quello di dimensioni maggiori e genera, una volta realizzato, un flusso di cassa istantaneo pari a $\Pi_t^B(X^B)$ con $X^B > X^A$.
 2. Il flusso di cassa dei due progetti viene ricondotto ad una forma lineare nella dimensione:

$$\Pi_t^B(X^B) = \pi_t X^B \quad \Pi_t^A(X^A) = \pi_t X^A$$

dove π_t è il profitto per unità di servizio (uguale per entrambi i progetti) descritto da un processo Browniano geometrico con rendimento atteso istantaneo $r - \delta \geq 0$ e volatilità istantanea $\sigma > 0$

$$d\pi_t = (r - \delta)\pi_t dt + \sigma\pi_t dz_t \quad \pi_0 = \pi$$

3. L'investimento nei progetti A e B implica rispettivamente dei costi irrecuperabili I^A e I^B , con $I^B > I^A$.
 4. L'operatore è in grado di realizzare solamente un progetto alla volta e l'investimento è di tipo sequenziale. In altri termini, l'investimento B non può essere realizzato senza aver già ultimato il progetto A .
 5. L'opzione di realizzare entrambi i progetti ha una scadenza infinita (opzione di differimento perpetua).
- Con riferimento al progetto di maggiori dimensioni B , analogamente a quanto esposto in precedenza, il valore di mercato può essere stimato sulla base del valore attuale dei flussi di cassa attesi:

$$V^B(\pi) = E \left\{ \int_0^T e^{-rt} \Pi_t^B ds \right\} = \frac{\pi X^B}{\delta} (1 - e^{-\delta T}) \quad (20)$$

- Diversamente da quanto fatto nella sezione precedente, il calcolo del valore di mercato del progetto A deve ora tener conto del fatto che, una volta installato A , può risultare ottimale passare al progetto B nel caso in cui il profitto istantaneo π subisca un incremento significativo. In particolare è possibile scrivere $V^A(\pi)$ come:

$$V^A(\pi) = \max_{\tau^*} E \left\{ \int_0^{\tau^*} e^{-rt} \Pi_t^A dt + e^{-r\tau^*} (V^B(\pi_{\tau^*}) - I^B) \right\} \quad (21)$$

dove τ^* è l'ottimo *switching time* da A ad B .

- La soluzione del problema (21) consiste nel passare da A a B nell'istante in cui il processo π raggiunge il valore soglia π_{AB}^* (si veda Appendice):

$$\pi_{AB}^* = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \delta \frac{I^B}{(X^B - X^A)(1 - e^{-\delta T})} \quad (22)$$

dove $\alpha \equiv \frac{1}{2} - \frac{r-\delta}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{r-\delta}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} > 1$.

- Il valore di mercato del progetto risulta essere:

$$V^A(\pi) = \begin{cases} \frac{\pi X^A}{\delta} (1 - e^{-\delta T}) + \left(\frac{\pi}{\pi_{AB}^*}\right)^\alpha \frac{I^B}{\alpha - 1} & \text{se } \pi \leq \pi_{AB}^* \\ \frac{\pi X^B}{\delta} (1 - e^{-\delta T}) - I^B & \text{se } \pi > \pi_{AB}^* \end{cases} \quad (23)$$

- Alcuni commenti su (23) sono d'obbligo. È importante sottolineare che $V^A(\pi) \leq V^B(\pi)$ per tutto l'intervallo $\pi \in (0, \infty)$. Le due funzioni coincidono solo quando $\pi = 0$, mentre nell'intervallo $[\pi_{AB}^*, \infty)$ si ha che $V^A(\pi) - V^B(\pi) = -I^B$. In altre parole, il valore attuale dei flussi di cassa attesi del progetto di maggiori dimensioni B è sempre maggiore del valore attuale dei flussi di cassa attesi del progetto di minori dimensioni A anche tenendo conto del valore dell'opportunità di passare, eventualmente, da A ad B sostenendo il costo I^B .
- Per determinare sotto quali condizioni sia ottimale modularizzare l'investimento, si consideri il valore dell'opportunità ad investire nel progetto A , che possiede al suo interno anche l'opzione a passare successivamente al progetto B . Per ogni istante $t \leq \infty$, questo equivale a risolvere il seguente problema:

$$F^A(\pi_t) = \max_{\tau^*} E_t \left\{ e^{-r(\tau^*-t)} (V^A(\pi_{\tau^*}) - I^A) \right\} \quad (24)$$

- Poichè, come risulta evidente da (23), il valore del progetto A , $V^A(\pi_{\tau^*})$ non è lineare in π , esiste un punto di discontinuità nel valore soglia π_A^* oltre il quale l'investimento nel progetto risulta ottimale. In particolare, un semplice calcolo porta a concludere che il valore soglia per A diventa (Appendice):

$$\pi_A^* = \begin{cases} \frac{\alpha}{\alpha-1} \delta \frac{I^A}{X^A(1-e^{-\delta T})} & \text{se } \frac{X^B}{X^A} - 1 < \frac{I^B}{I^A} \\ \frac{\alpha}{\alpha-1} \delta \frac{I^B+I^A}{X^B(1-e^{-\delta T})} & \text{se } \frac{X^B}{X^A} - 1 \geq \frac{I^B}{I^A} \end{cases} \quad (25)$$

- Nel primo caso è certo che $\pi_A^* < \pi_{AB}^*$ per cui è ottimale investire prima nel progetto A e in seguito, quando il profitto istantaneo supera il valore soglia π_{AB}^* , dare avvio al progetto di più ampie dimensioni incorporando anche A . In questo caso, come risulta evidente analizzando l'espressione del livello soglia, il processo decisionale da parte del gestore è di tipo "miopico" nel senso che la decisione di investire in A viene presa facendo riferimento al valore del progetto in assenza dell'opzione di *switch*, cioè $\nu^A(\pi_A^*) = \frac{\pi_A^* X^A (1-e^{-\delta T})}{\delta} = \frac{\alpha}{\alpha-1} I^A$.
- Nel secondo caso, quando $\pi_A^* \geq \pi_{AB}^*$, risulta, invece, ottimale investire simultaneamente in entrambi i progetti e, quindi, procedere direttamente alla realizzazione di B .

3.3 Il valore della flessibilità ad investire in un progetto di acquedotto

3.3.1 Il caso di un progetto di captazione da campo pozzi

- Si supponga, ad esempio, che un Piano d'Ambito preveda un investimento in espansione di capacità produttiva per far fronte ad un aumento della dimensione del bacino di utenza.
- Per soddisfare le esigenze del Piano, il gestore potrebbe adottare due soluzioni progettuali alternative:
 - acquistare il volume X necessario per soddisfare l'aumentato fabbisogno idropotabile da un altro gestore (alternativa O)

- oppure realizzare un nuovo impianto di captazione, ad esempio tramite un campo pozzi, dimensionato sulla base del volume X (alternativa A).
 - Entrambe le alternative potrebbero essere fattibili sul piano sia legislativo che tecnico, in quanto, da un lato, la normativa prevede l’acquisto e la vendita di acqua inter e infra Ambito, regolando il prezzo di vendita della risorsa, e, dall’altro, può essere presente sul territorio dell’Ambito una falda superficiale di buona qualità, in grado di soddisfare il maggiore fabbisogno. Stante le tariffe di “scambio” fissate dalle Autorità d’Ambito sulla base di criteri equitativi e redistributivi, è lecito supporre che il valore attuale netto atteso dell’alternativa O sia nullo, per cui $NPV_O = 0$.
- L’alternativa A consiste nella realizzazione di un impianto di captazione da campo pozzi costituito da tre pozzi, un impianto di sollevamento, un impianto di trattamento, un impianto di stoccaggio e un impianto elettrico per le apparecchiature installate dotato di quadro di comando con periferiche per il telecontrollo. Facendo riferimento alle tipologie tecniche dei sistemi di acquedotto si può ipotizzare che: a) l’impianto di captazione sia costituito da pozzi tubolari terebrati; b) l’impianto di sollevamento consista di due elettropompe sommerse ad asse verticale; c) l’impianto di trattamento includa una vasca di accumulo provvisorio, una vasca di rilancio e una filtrazione su carboni attivi granulari (CAG); d) lo stoccaggio (volume utile pari a $10.000 m^3$) abbia luogo in vasche di compensazione e accumulo e necessiti di un certo dosaggio di ipoclorito di sodio ($NaClO$) o biossido di cloro (ClO_2) per la disinfezione e la clorazione.
 - Il progetto ha una vita utile T_u pari a 50 anni e garantisce una produzione idrica di 300 l/s (equivalente a $9.460.800 m^3/anno$), soggetta a perdite in rete i che si attestano intono al 20–30%. I costi di costruzione dell’impianto sono supposti costanti rispetto al tempo e sono articolati come illustrato nella tabella sotto riportata:

- Impianto di captazione da pozzo (n.3 pozzi)	
- Impianti di sollevamento	
- Impianto di trattamento	
- Impianto di stoccaggio (10.000 m^3)	
- Impianto elettrico	
- Lavori di difficile valutazione ⁴	
Totale	3.500.000 Euro

Tabella 6: Costi di costruzione dell'impianto A .

- Ricordando la (8) e linearizzando rispetto alla dimensione X^A , il profitto all'anno t può essere espresso da:

$$\Pi_t^A = R_t^A(1 - i)X^A - C_t^A X^A \quad (26)$$

dove R_t^A è il ricavo unitario al generico istante t ; C_t^A sono i costi operativi unitari (gestione e manutenzione) all'istante t ; X^A è la dimensione dell'impianto; i sono le perdite in rete.

- Si introducono, inoltre, le seguenti ipotesi semplificative:
 1. I ricavi coincidono con i ricavi tariffari e la loro struttura è di natura deterministica stante, da un lato, la formulazione della tariffa di riferimento stabilita sulla base del Metodo Tariffario Normalizzato e, dall'altro, la costanza della domanda che si dimostra essere rigida nel breve periodo.
 2. I costi operativi (somma dei costi di produzione, manutenzione e gestione) sono una variabile stocastica descritta da un processo diffusivo geometrico caratterizzato dal tasso di crescita $r - \delta$ e dalla volatilità σ :

$$dC_t = (r - \delta)C_t dt + \sigma C_t dz_t$$

3. Il tasso di sconto privo di rischio r è una variabile deterministica nota e costante rispetto al tempo.
4. Il valore attuale del progetto viene considerata una buona *proxi* del valore corrente dell'*asset* e il valore residuo del progetto al termine della vita utile è nullo.

⁴Prestazioni di manodopera, noli, fornitura di materiali per risolvere aspetti di dettaglio difficilmente quantificabili.

- Dalla (11), il valore del progetto risulta:⁵

$$\begin{aligned}
 V^A &= E \left[\int_0^{T_u} (e^{-rt}(1-i)R_t^A - e^{-rt}C_t^A)X^A dt \right] \\
 &= \left[\frac{(1-i)R^A}{r} (1 - e^{-rT_u}) - \frac{C^A}{\delta} (1 - e^{-\delta T_u}) \right] X^A
 \end{aligned} \tag{27}$$

- I costi, i ricavi e le altre variabili stimati con riferimento all'attualità avvalendosi della collaborazione di progettisti ed esperti del settore. I dati relativi alle ipotesi assunte sono riportati in Tabella 7.

X^A (m^3/s)	0,300
I^A (Euro)	3.500.000
T_u (anni)	50
C^A (Euro/ m^3)*	0,13
R^A (Euro/ m^3)**	0,30
i	25%
	30%
δ	1%
	2%
	3%
	4%
r^{***}	5%
σ^{****}	30%
	40%

Tabella 7: Dati tecnici ed economici relativi all'impianto A.

⁵Gli operatori in realtà adottano un tasso di rendimento atteso (WACC) $\hat{\mu}$ pari al 7%, coincidente con il tasso di remunerazione del capitale previsto dalla normativa vigente in materia di servizi idrici integrati (Legge 36/94 e successivi decreti di attuazione). In questo caso V^A dovrebbe essere scritto come:

$$V^A = E \left[\int_0^T (e^{-rt}(1-i)R_t^A - e^{-\hat{\mu}t}C_t^A)X^A dt \right]$$

dove il tasso di crescita dei costi è pari a μ . Ovviamente le due espressioni per il valore del progetto sono equivalenti.

*I progettisti e gli esperti del settore interpellati sono concordi nello stimare i costi operativi per tale tipologia di impianto mediamente pari a 0,13 Euro/ m^3 . La media è calcolata su una distribuzione.

**Il ricavo unitario medio è stato determinato a partire da una distribuzione stimata sulla base della tariffa media per il servizio di fornitura dell'acqua potabile.

***Il tasso privo di rischio corrisponde al rendimento effettivo (depurato dell'inflazione) di un titolo di Stato italiano a reddito fisso di durata pari alla vita utile del progetto.

****La varianza è stata stimata sulla base di indagini statistiche condotte su progetti analoghi realizzati nel passato, dei quali è nota la sequenza dei costi operativi durante la vita utile. Il risultato di queste elaborazioni è stato, inoltre, avvalorato da un'analisi di scenario, associando all'effettivo occorrere di ogni scenario una distribuzione di probabilità e determinando i relativi costi.

- Nel caso in cui il gestore possa decidere se intraprendere o meno il progetto di investimento dopo $\tau = 3, 5, 10$ anni, il valore attuale netto esteso del progetto può essere calcolato facendo uso della (17). I risultati sono riportati rispettivamente nelle Tabelle 8 e 9.

		τ							
		NPV		F^A					
		0		3		5		10	
		20%	30%	20%	30%	20%	30%	20%	30%
δ	2%	-700	-5.900	400	-	600	-	900	-
	3%	6.300	1.100	6.000	1.500	5.800	1.600	5.300	1.800
	4%	11.600	6.400	10.400	5.800	9.600	5.400	8.100	4.700

Tabella 8: Valore attuale netto e valore attuale netto "esteso" per diversi tempi di maturità e volatilità pari al 30% espressi in migliaia di Euro.

		τ							
		NPV		F^A					
		0		3		5		10	
		20%	30%	20%	30%	20%	30%	20%	30%
δ	2%	-700	-5.900	600	-	800	-	1.100	-
	3%	6.300	1.100	6.100	1.700	5.900	1.900	5.500	2.000
	4%	11.600	6.400	10.500	5.900	9.700	5.600	8.300	5.000

Tabella 9: Valore attuale netto e valore attuale netto "esteso" per diversi tempi di maturità e volatilità pari al 40% espressi in migliaia di Euro.

• **Commenti:**

- In primo luogo si nota che il valore della flessibilità a differire l'investimento (differenza fra il valore attuale netto "esteso" e il NPV) diminuisce all'aumentare sia del tempo di esercizio dell'opzione sia del valore di δ .
 - Inoltre un progetto il cui NPV risulta essere negativo, come nel caso in cui , potrebbe avere un valore attuale netto positivo in futuro, come nel caso di riferimento in cui $\tau = 10$ anni, il valore attuale netto è pari a $NPV = -700$, le perdite in rete i sono pari al 20% e il valore attuale netto "esteso" è pari a 1.100 migliaia di Euro. Cioè l'introduzione della flessibilità amplia, di fatto, lo spazio delle alternative progettuali, in quanto un progetto il cui valore attuale netto è negativo andrebbe scartato a priori nell'ottica della visione last chance tipica della regola del NPV .
 - Il valore attuale netto esteso per $\delta = 3\%$, $i = 30\%$ e $\sigma = 30\%$, 40% è superiore al NPV e risulta, quindi, conveniente procrastinare la decisione di investimento.
 - Al contrario per $\delta = 4\%$ non c'è convenienza ad attendere, poichè le perdite di valore sono troppo alte.
 - Nel caso in cui $\delta = 2\%$, $i = 30\%$ e $\sigma = 30\%$, 40% il NPV è talmente negativo da non risultare mai conveniente attendere ad investire.
- Il confronto fra le due tabelle, infine, evidenzia come all'aumentare della volatilità σ aumenta il valore attuale netto "esteso" del progetto e, quindi, il valore d'opzione a differire la decisione.

- E' singolare che la letteratura che calcola il valore attuale netto esteso per progetti di investimento in settori regolati, trascuri il fatto che la concessione di servizio decorre a partire dal momento in cui il gestore vince la gara per l'affidamento e non dal momento in cui decide di investire. In tal modo si ha una sovrastima del valore corrente dell'*asset*, con una conseguente distorsione del valore d'opzione.
- Nell' esempio proposto si è ipotizzato che l'impresa affidataria delle gestione possa sfruttare i profitti comandati dal progetto per l'intera sua vita utile, una volta che il progetto sia stato realizzato. **In realtà i contratti di concessione hanno durata trentennale e il calcolo del valore attuale dell'asset deve fare riferimento alla vita di esercizio (economica) dell'impianto ($T_c = 30$ anni) anzichè alla vita utile (tecnica) dello stesso ($T_u = 50$ anni).**
- Conseguentemente, esercitando la propria opzione a differire l'investimento, il gestore riduce l'arco temporale all'interno del quale l'impresa può trarre profitto dalla gestione dell'impianto, diminuendo il flusso dei ricavi attesi. Alla luce di tali considerazioni il valore attuale del progetto risulta:

$$\begin{aligned}
 V^A &= E \left[\int_0^{T_c - \tau} e^{-rt} [(1-i)R_t^A - C_t^A] X^A dt \right] = \\
 &= \left[\frac{(1-i)R^A}{r} (1 - e^{-r(T_c - \tau)}) - \frac{C^A}{\delta} (1 - e^{-\delta(T_c - \tau)}) \right] X^A
 \end{aligned}$$

- Mentre la formula per il calcolo del valore attuale netto "esteso" (17) rimane invariata.
- Dai risultati delle simulazioni effettuate per $\sigma = 30\%$ e 40% , ipotizzando perdite in rete del 20% (illustrate rispettivamente nelle Figure 1 e 2), si evince che *ceteris paribus* il valore della flessibilità ad attendere ad investire aumenta all'aumentare della volatilità. Come era già stato riscontrato in precedenza il valore dell'opzione ad attendere diminuisce all'aumentare di δ . Vale la pena porre in evidenza che per $\tau = 0$ il valore attuale netto "esteso", F^A , e il valore attuale netto, NPV^A , coincidono, ma in particolare per $\tau = 30$, ossia allo scadere della concessione di servizio, il valore attuale netto "esteso" risulta essere nullo, essendo nullo il valore corrente dell'*asset*. Il valore d'opzione a differire

l'investimento rappresenta il costo opportunità dell'attesa ad investire (Figure 3 e 4).

- A titolo esemplificativo, si consideri lo scenario in cui $\sigma = 30\%$, $\delta = 2\%$ e il valore attuale netto del progetto è $NPV^A = 4.000.000$ Euro. Il valore dell'opportunità a realizzare un investimento flessibile, facilmente determinabile a partire dalla Figura 3, è massimo in corrispondenza di $\tau = 9$ e vale all'incirca $F^A = 4.970.000$ Euro. Ciò significa che per il gestore il costo opportunità di attendere ad investire dopo 9 anni dall'inizio della concessione di servizio ammonta a 970.000 Euro. Il valore attuale netto "reale", infatti, nell'ipotesi di investire immediatamente è $NPV^A - F^A = 4.000.000 - 4.970.000 = -970.000$ Euro e il NPV di intraprendere oggi l'investimento, se tenesse conto del costo opportunità di tale decisione, sarebbe, infatti, negativo.

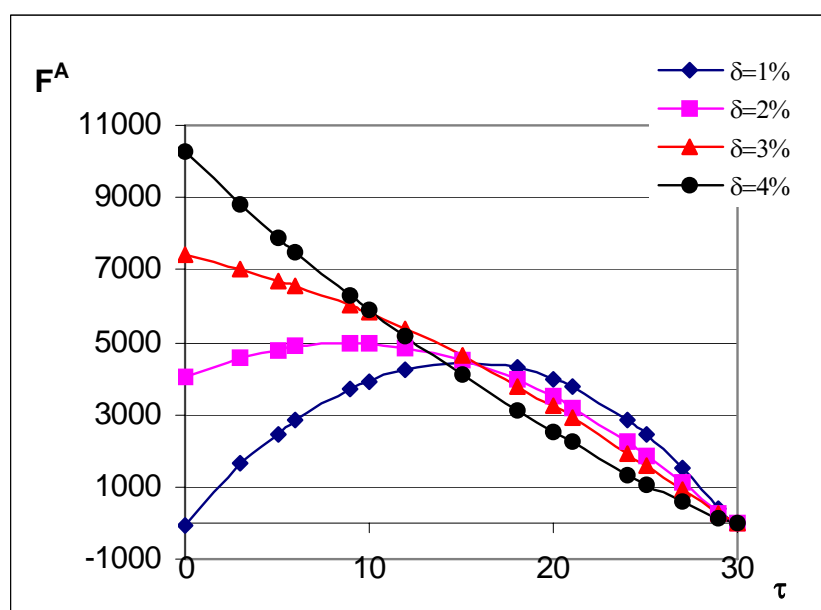


Figura 3:
Valore attuale netto esteso per $\sigma = 30\%$ e perdite in rete $i = 20\%$ espresso in migliaia di Euro.

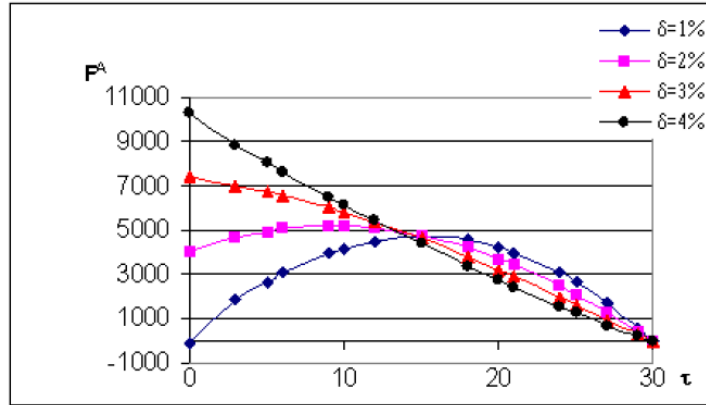


Figura 4:
 Valore attuale netto esteso per $\sigma = 30\%$ e perdite in rete $i = 20\%$ espresso in migliaia di Euro.

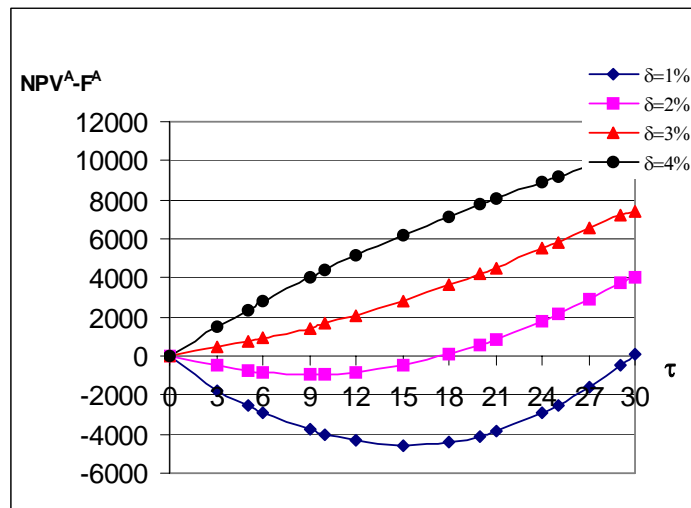


Figura 5:
 Costo opportunità del differimento dell'investimento per $\sigma = 30\%$ e perdite in rete $i = 20\%$ espresso in migliaia di Euro.

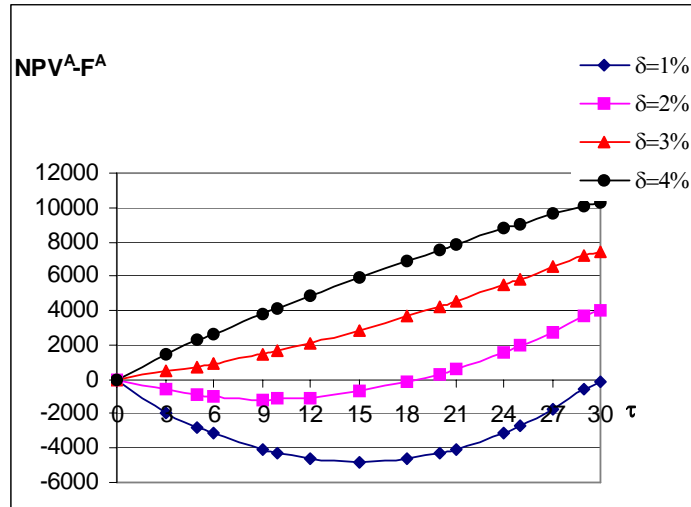


Figura 6:

Costo opportunità del differimento dell'investimento per $\sigma = 40\%$ e perdite in rete $i = 20\%$ espresso in migliaia di Euro.

- I risultati ottenuti dallo studio della flessibilità potrebbero avere interessanti ricadute in termini di *policy* e di benefici per i consumatori. A fronte dell'addizionale entrata patrimoniale che il gestore potrebbe garantirsi avendo la facoltà di scegliere se e quando investire, l'Autorità d'Ambito potrebbe stabilire di porre a base d'asta una tariffa di riferimento inferiore, con una conseguente riduzione della tariffa per l'utenza. Per $\delta = 1\%$ e $\delta = 2\%$ il valore della flessibilità è massimo rispettivamente per $\tau = 15$ anni e $\tau = 9$ anni (vedi Figura 1) e le riduzioni tariffarie che si potrebbero avere in corrispondenza di tali valori sono riportate in Tabella 10 per il caso di riferimento in cui $i = 20\%$, e $\sigma = 30\%$.

	$\tau_{ \max FA}$	ΔR
$\delta = 1\%$	15 anni	28%
$\delta = 2\%$	9 anni	4%

Tabella 10: Riduzioni tariffarie massime per $\sigma = 30\%$.

3.3.2 Il caso di un progetto modulare

- Si consideri il caso in cui un gestore, in vista di un potenziale ampliamento del bacino di utenza, abbia la necessità di effettuare un investimento in espansione di capacità produttiva e possa decidere di procedere per fasi successive a partire da un progetto di caratteristiche del tutto analoghe a quelle descritte nella sezione precedente.
- Nell'ipotesi che sia possibile modificare e potenziare la capacità produttiva di ogni modulo indipendentemente e che esista la possibilità di integrare i moduli in un momento successivo, investendo nel progetto di scala inferiore e passando poi a quello di scala superiore inglobando, eventualmente con una spesa aggiuntiva, il primo nel secondo, si ha la seguente struttura dei costi di impianto in funzione della portata (Tabella 11).

	Portata (l/s)				
	300	900	1.200	1.500	2.100
I (Euro 10^3)	3.500	7.100	9.400	12.200	15.000

Tabella 11: Costi di impianto in funzione della portata.

- Utilizzando la (22) e la (25) è possibile calcolare i valori soglia a partire dai quali viene valutata la convenienza a procedere o meno ad un investimento di tipo modulare, realizzando prima il progetto A ed, eventualmente, integrandolo successivamente nel progetto B .
- I risultati delle simulazioni effettuate a partire da diversi valori di portata, nell'ipotesi che le perdite in rete si attestino intorno al 20% e che la volatilità sia pari al 30%, sono riportati nelle Tabelle 12 e 13.

	Portata (l/s)			
	900	1200	1500	2100
300	$\pi_{AB}^* = 0,111$ $\pi_A^* = 0,108$	$\pi_{AB}^* = 0,097$ $\pi_A^* = 0,100$	$\pi_{AB}^* = 0,094$ $\pi_A^* = 0,097$	$\pi_{AB}^* = 0,077$ $\pi_A^* = 0,082$
900		$\pi_{AB}^* = 0,290$ $\pi_A^* = 0,072$	$\pi_{AB}^* = 0,188$ $\pi_A^* = 0,072$	$\pi_{AB}^* = 0,116$ $\pi_A^* = 0,072$
1200			$\pi_{AB}^* = 0,377$ $\pi_A^* = 0,073$	$\pi_{AB}^* = 0,155$ $\pi_A^* = 0,073$
1500				$\pi_{AB}^* = 0,272$ $\pi_A^* = 0,075$

Tabella 12: *Trigger* ottimali per $\delta = 2\%$ e $\sigma = 30\%$.

	Portata (l/s)			
	900	1200	1500	2100
300	$\pi_{AB}^* = 0,079$ $\pi_A^* = 0,078$	$\pi_{AB}^* = 0,070$ $\pi_A^* = 0,072$	$\pi_{AB}^* = 0,068$ $\pi_A^* = 0,070$	$\pi_{AB}^* = 0,056$ $\pi_A^* = 0,059$
900		$\pi_{AB}^* = 0,210$ $\pi_A^* = 0,053$	$\pi_{AB}^* = 0,136$ $\pi_A^* = 0,053$	$\pi_{AB}^* = 0,084$ $\pi_A^* = 0,053$
1200			$\pi_{AB}^* = 0,377$ $\pi_A^* = 0,052$	$\pi_{AB}^* = 0,155$ $\pi_A^* = 0,052$
1500				$\pi_{AB}^* = 0,167$ $\pi_A^* = 0,054$

Tabella 13: *Trigger* ottimali per $\delta = 4\%$ e $\sigma = 30\%$.

- Dall'analisi dei risultati appare evidente il peso delle economie di scala nelle decisioni di investimento in espansione di capacità produttiva, ovvero nella fase alta del ciclo di produzione (captazione). Nel caso in cui la dimensione del progetto A sia pari a $300 l/s$ e quella di B sia $900 l/s$, per $\delta = 2\%$ e $\delta = 4\%$, la strategia ottimale di investimento consiste nel realizzare prima A e nel passare a B quando il profitto istantaneo π diventa superiore al valore soglia π_{AB}^* . *Ceteris paribus*, se la dimensione del progetto B è pari o superiore a $1200 l/s$, è sempre preferibile procedere direttamente alla realizzazione dell'impianto di maggiori dimensioni, risultando sempre verificata la condizione $\pi_{AB}^* > \pi_A^*$. Nel caso in cui A abbia una portata di progetto uguale o superiore a $900 l/s$ risulta sempre più conveniente per il gestore realizzare l'investimento per fasi successive.
- Inoltre, poichè risulta sempre verificata la condizione $\pi_0 = 0,8 \cdot 0,3 - 0,13 < \pi_A^*$, dalle Tabelle 12 e 13 si evince che, nei casi in cui la strategia ottimale è quella dell'investimento sequenziale, risulta più conveniente intraprendere immediatamente la realizzazione dell'impianto A (non c'è *time lag* su A) e attendere ad investire nel progetto di maggiori dimensioni.
- Analoghe considerazioni possono essere svolte analizzando i risultati riportati nelle Tabelle 14 e 15 per il caso in cui $\sigma = 40\%$, $i = 20\%$ e le perdite di valore sono rispettivamente pari a $\delta = 2\%$ e $\delta = 4\%$. *Ceteris paribus* all'aumentare di σ aumenta il valore soglia π_{AB}^* .

Portata (l/s)				
	900	1200	1500	2100
300	$\pi_{AB}^* = 0,149$ $\pi_A^* = 0,147$	$\pi_{AB}^* = 0,131$ $\pi_A^* = 0,135$	$\pi_{AB}^* = 0,128$ $\pi_A^* = 0,131$	$\pi_{AB}^* = 0,105$ $\pi_A^* = 0,111$
900		$\pi_{AB}^* = 0,394$ $\pi_A^* = 0,099$	$\pi_{AB}^* = 0,255$ $\pi_A^* = 0,099$	$\pi_{AB}^* = 0,157$ $\pi_A^* = 0,099$
1200			$\pi_{AB}^* = 0,517$ $\pi_A^* = 0,098$	$\pi_{AB}^* = 0,209$ $\pi_A^* = 0,098$
1500				$\pi_{AB}^* = 0,314$ $\pi_A^* = 0,102$

Tabella 14: *Trigger* ottimali per $\delta = 2\%$ e $\sigma = 40\%$.

Portata (l/s)				
	900	1200	1500	2100
300	$\pi_{AB}^* = 0,106$ $\pi_A^* = 0,104$	$\pi_{AB}^* = 0,093$ $\pi_A^* = 0,096$	$\pi_{AB}^* = 0,091$ $\pi_A^* = 0,093$	$\pi_{AB}^* = 0,074$ $\pi_A^* = 0,079$
900		$\pi_{AB}^* = 0,280$ $\pi_A^* = 0,070$	$\pi_{AB}^* = 0,181$ $\pi_A^* = 0,070$	$\pi_{AB}^* = 0,112$ $\pi_A^* = 0,070$
1200			$\pi_{AB}^* = 0,363$ $\pi_A^* = 0,070$	$\pi_{AB}^* = 0,149$ $\pi_A^* = 0,070$
1500				$\pi_{AB}^* = 0,233$ $\pi_A^* = 0,073$

Tabella 15: *Trigger* ottimali per $\delta = 4\%$ e $\sigma = 40\%$.

3.4 Appendice

Nell'intervallo di π in cui non è ottimale passare al progetto di più ampie dimensioni, il valore del progetto A può essere ottenuto come soluzione della seguente equazione differenziale del secondo ordine:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 \pi^2 V_{\pi\pi}^A + (r - \delta)\pi V_{\pi}^A - rV^A + \Pi^A = 0 \quad (28)$$

La soluzione di (28) si ottiene imponendo le due seguenti condizioni al contorno (la *matching value condition* e la *smooth pasting condition*):

$$V^A(\pi_{AB}^*) = V^B(\pi_{AB}^*) - I^B \quad \text{e} \quad V_{\pi}^A(\pi_{AB}^*) = V_{\pi}^B(\pi_{AB}^*), \quad (29)$$

da cui l'istante ottimale per passare da A a B diventa:

$$\tau_{AB}^* = \min(t \geq 0 \mid V^A(\pi_{AB}^*) = V^B(\pi_{AB}^*) - I^B). \quad (30)$$

La soluzione generale dell'equazione differenziale (28) può essere scritta come:

$$V^A(\pi) = K_1\pi^\alpha + K_2\pi^\beta + v^A(\pi) \quad (31a)$$

dove $1 < \alpha < r/(r - \delta)$, $\beta < 0$ sono rispettivamente la radice positiva e negativa dell'equazione caratteristica $\Psi(x) = \frac{1}{2}\sigma^2x(x-1) + (r-\delta)x - r = 0$, e K_1 , K_2 sono due costanti di integrazione da determinare. I primi due termini della (31a) indicano la soluzione dell'equazione omogenea, mentre il terzo rappresenta una soluzione particolare. A questo proposito si può prendere come soluzione particolare $v^A(\pi)$ il valore atteso scontato dei benefici che il progetto A realizzerebbe se non esistesse la possibilità di passare al progetto B :

$$v^A(\pi) = E \left\{ \int_0^T e^{-rt} \Pi_t^A dt \right\} = \frac{\Pi^A}{\delta} (1 - e^{-\delta T}) \quad (32)$$

Per garantire che questo valore possa essere positivo si assume $\delta > 0$. Infine, affinché $V^A(\pi)$ mantenga un valore finito quando π diventa molto piccolo, cioè. $\lim_{\pi \rightarrow 0} V^A(\pi) = 0$, si elimina la radice negativa imponendo $K_2 = 0$. La soluzione generale si riduce quindi alla forma:

$$V^A(\pi) = K_1\pi^\alpha + \frac{\Pi^A}{\delta} (1 - e^{-\delta T}) \quad (33)$$

Infine, poichè $K_1\pi^\alpha$ rappresenta la correzione del valore del progetto A indotta dalla possibilità di passare nel futuro al progetto di maggiori dimensioni B , la costante K_1 deve risultare di valore positivo. Questa costante si ottiene assieme al valore soglia π_{AB}^* facendo ricorso alle condizioni al contorno (29).

Diversamente dal caso dell'opzione Europea, l'equazione differenziale per il caso speciale di una opportunità di investimento perpetua non dipende più dal tempo. Nel caso del progetto A , la soluzione della (24) può essere ottenuta come soluzione della seguente equazione differenziale del secondo ordine:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 \pi^2 F_{\pi\pi}^A + (r - \delta)\pi F_\pi^A - rF^A = 0 \quad (34)$$

imponendo le solite condizioni al contorno:

$$F^A(\pi_A^*) = V^A(\pi_A^*) - I^A \quad \text{and} \quad F_\pi^A(\pi_A^*) = V_\pi^A(\pi_A^*), \quad (35)$$

Tuttavia, dalla (23) (o 33) si nota che il valore del progetto A assume due valori diversi a seconda che il profitto istantaneo sia inferiore a π_{AB}^* oppure superiore. Ne consegue che si avranno quindi due diverse condizioni al contorno (35) a seconda che π_A^* risulti superiore o inferiore a π_{AB}^* . Nello specifico si ottiene:

$$\pi_A^* = \begin{cases} \frac{\alpha}{\alpha-1} \delta \frac{I^A}{X^A(1-e^{-\delta T})} & \text{se } \frac{X^B}{X^A} - 1 < \frac{I^B}{I^A} \\ \frac{\alpha}{\alpha-1} \delta \frac{I^B+I^A}{X^B(1-e^{-\delta T})} & \text{se } \frac{X^B}{X^A} - 1 \geq \frac{I^B}{I^A} \end{cases} \quad (36)$$

4 IL "GLOBAL WARMING" E LE "WEATHER DERIVATIVES"

- Questo lavoro è tratto da Dosi e Moretto (2003)⁶
- Recently, a new instrument for hedging weather risks has made its appearance in the financial arena: “In the past couple of years the trade in weather derivatives has taken off in America [and] interest is growing elsewhere, not least in Britain where, as everybody knows, weather is the main topic of conversation” (*The Economist*, January 22nd 2000, p. 84)).
- The issue addressed in this study can be summarised as follows: Is the appearance in the financial arena of so-called weather derivatives somehow related to anthropogenic climate change and its expected impacts? In other words: Can we elicit from this appearance that financial operators are tackling the ‘global warming’ scenario more seriously than politicians, and their constituencies, apparently are?

⁶Dosi C., e Moretto M. (2003), “Global Warming and Financial Umbrellas”, *Journal of Risk Finance*, v.4, n.4. pp. 18-25.

4.1 Global warming and related impacts

- Climate, i.e. average weather, has always been subject to fluctuation and change. Ice ages and warmer periods have occurred in the past, as a result of various natural causes. However, more recently a non-natural cause of climate change has been identified, namely excessive concentrations of greenhouse gases (GHG) due to human activity, such as burning fossil fuels. According to a recent assessment report by the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC), the globally averaged surface temperature have increased by $0.6 \pm 0.2^{\circ}C$ over the 20th century, and temperature is projected to warm between 1.4 to $5.8^{\circ}C$ by 2100 relative to 1990 (IPCC,2001).
- Since the Earth Summit held in 1992 in Rio de Janeiro, countries have declared their determination to reduce GHG emissions to prevent interference in the climate system. During the 3rd Conference of the Parties to the United Nations Framework Convention on Climate Change, held at Kyoto in 1997, industrial nations agreed to cut their collective emissions to 5 per cent below 1990 levels, in the period 2008-2012. Under the Kyoto Protocol, the United States – which produces almost a quarter of the world’s GHS - would have to undertake a 7% cut, Japan 6%, and the European Union 8%.
- In November 2000, countries that backed the Kyoto Protocol met at The Hague, The Netherlands, in order to define the mechanisms to implement emission abatement commitments. However, the Conference failed, officially because of disagreements about these mechanisms. Whilst the US (backed by Japan, Australia and Canada) took the position that countries should be allowed maximum flexibility in meeting their targets (including ‘paying’ other countries, either by trading emission permits or by so-called joint-implementation measures), the EU’s position was that each country should primarily take domestic actions to meet its obligations.
- A few weeks later, after President Bush’s appointment, the US Administration took a different position: instead of simply questioning the Kyoto’s implementation mechanisms, President Bush announced the intention to re-define the entire Protocol, namely the timing as well as the countries’ abatement targets. Although this astonished

many Americans and the international community, President Bush's statement is consistent with his electoral program. In fact, during the presidential campaign, Mr. Bush had declared his intention to "oppose the Kyoto protocol, because it is ineffective, inadequate and unfair to America. It exempts 80 per cent of the world, including major population centres such as China and India, from compliance".

- The Kyoto protocol was signed in 2005 without USA
- Whilst the prospects for effective international action to tackle GHG emissions are bleak, scientists have continued to add additional evidence about the adverse impacts and disasters from global warming. In February 2001, the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC) released a new report, which summarises a large research into "Climate Change 2001: Impacts, Adaptation and Vulnerability". Besides updating previous forecasts about the expected changes in globally averaged surface temperatures, the Report provides an in-depth overview of the potential consequences of climate change. **One of the major emerging findings is that, "there would be changes in the variability of climate, and changes in the frequency and intensity of some extreme climate phenomena" (IPCC, 2001, p.3). Both "simple extremes" – such as higher maximum temperatures, higher minimum temperatures, more intense precipitation events – and "complex extremes" – such as intensified droughts and floods - are "very likely" or "likely" in nearly all or many areas.**

4.2 What are Weather Derivatives ?

- Weather derivatives were originally designed to provide energy companies with a means of protection against financial losses resulting from unfavourable weather patterns, namely from local temperature fluctuations (Marcus, 1998).⁷ However, even firms operating in other sectors – *e.g.* agriculture and the leisure industry - are beginning to be attracted by derivative contracts as a weather risk management tool.

⁷Marcus, K. (1998), "Weather Derivatives Play Vital Role in Hedging Risk". Earth Satellite Co., October, www.earthsat.com/energywx/cme/cmearicle.html.

- According to Speedwell Weather Derivatives Limited an estimated \$4 billion over-the-counter market in weather derivatives has developed over the last two years in the US. The world's first exchange-traded weather derivatives were launched in September 1999, when the Chicago Mercantile Exchange (CME) launched contracts based on cold temperatures in New York, Chicago, Atlanta and Cincinnati; later on, the CME added six other cities. In January 2000, the London International Financial Futures and Options Exchange launched an Internet-based experimental market for European weather derivatives (*The Economist*, January 22nd 2000).
- Put options – which, to our knowledge, are probably the most common weather derivative contracts – provide protection against adverse weather. By paying a premium upfront, the buyer will be compensated if a weather variable falls below a predetermined level.
- The potential buyer of such options is an agent holding an asset (running an economic activity) closely correlated to the weather variable. An example of such put contracts has been recorded by *The Economist*. This example also serves the purpose of illustrating the rationale behind a weather derivative trade:

“Corney & Barrow [is a chain of wine bars-cum-restaurants]; six have places where customers can sit outside. Although it has plenty of regulars, a fifth of the company's summer profits stem from those who come out with the sun [...] The firm wanted to avoid this volatility, so it bought what amounts to ‘put’ options on bad weather (the right to sell it) from Enron, an energy firm, through Speedwell Weather Derivatives, a consultancy. Enron will pay Corney & Barrow up to £15,000 [...] for each Thursday and Friday between June and September on which the temperature in London falls below 24° Celsius [...], up to a maximum of £100,000 for the whole period. This, you might think, is free money for Corney & Barrow: London is not, after all, famed for its blue skies. But Enron [says] it knows what is doing. The knack is to hedge a position with something that is closely correlated. You cannot trade weather, so the next best thing is to trade something that behaves very like it: gas (as it happens,

gas prices, which according to Enron are closely correlated with temperature)” (*The Economist*, June 17th 2000, p.99).

4.3 A ‘standard’ insurance contract

- Let us consider a simple two-period economy in which at time one only two states of nature are possible: ‘good weather’ (GW) or ‘bad weather’ (BW).
- In this economy only two original assets are negotiated: one risk-free asset with an interest rate r that we set to zero, and a risky asset W .
- Under GW the value of the risky asset would rise up to $W + M$, whilst under BW the value would fall to $W - L$.

$$\begin{array}{rcl}
 & \nearrow & W^+ = W + M \qquad \text{with probability } 1 - q \\
 W & & \\
 & \searrow & W^- = W - L \qquad \text{with probability } q
 \end{array} \tag{37}$$

- The difference $W^+ - W^- = M + L$ indicates the value loss attributable to adverse weather conditions (*e.g.* property damages, sales losses, etc.).
- Consider an agent holding at time zero the risky asset, which gives him utility $u(W)$, where u is a VNM utility function that shares the standard properties, i.e. $u(0) = 0$, $u'(W) > 0$ and $u''(W) < 0$.
- Let us assume the agent faces a risk-neutral insurance company which, in return for a premium, p , offers risk coverage. In particular, without any restriction, the insurance policy may consist of partial ($a < 1$) or total ($a = 1$) coverage: by paying ap , under BW the agent will get back $a(M + L)$.
- If the utility function is defined over the asset end value, to determine the optimal coverage the agent maximizes:

$$\max_a (1 - q)u(W^+ - ap) + qu(W^- - ap + a(M + L))$$

- Taking the derivative with respect to a and setting it equal to zero, the optimality condition is:

$$\frac{u'(W + M - ap)}{u'(W - L - ap + a(M + L))} = \frac{q}{1 - q} \frac{p - (M + L)}{p} \quad (38)$$

- If, due to competition between insurance companies or to regulatory constraints, the insurance contract is *actuarially fair* - i.e. the premium p is equal to the payout $aq(L + M)$ - the first-order condition (38) reduces to:

$$\frac{u'(W + M - ap)}{u'(W - L - ap + a(M + L))} = 1$$

- As the agent is strictly risk adverse this condition is satisfied only if $a = 1$. Thus the agent will acquire full coverage $(L + M)$, by paying a premium:

$$p = q(L + M) \quad (39)$$

4.4 A ‘put’ contract

- We assume that the variability of asset W may be spanned by existing tradable assets which are closely correlated to the climate variability affecting W .
- Indicating with \hat{p} the current value of the derivative under consideration, over the period it would be contingent on the value of W , that is:

$$\begin{array}{l} \nearrow \\ \hat{p} \\ \searrow \end{array} \begin{array}{l} p^+ = \max(E - W^+, 0) = 0 \\ \\ p^- = \max(E - W^-, 0) = E - W^- \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{with probability } 1 - q \\ \\ \text{with probability } q \end{array}$$

- Where p^+ and p^- are the end values of the derivative under the event GW and BW, respectively. $E \in [W^-, W^+]$ is the exercise price that, under our assumptions, indicates the level of coverage against adverse weather conditions.
- If $E = W + M$, the agent holding the risky asset will get full coverage.

- The put option can be valued by designing a portfolio consisting of selling a particular number, n , of units of the underlying asset W and lending against them an appropriate amount, $\$B$, at the riskless rate, so that it would exactly replicate the future returns of the option in any state of nature. That is:

$$\hat{p} = B - nW \equiv (1 - \hat{q})p^+ + \hat{q}p^- \quad (40)$$

- Where the ‘risk-neutralized’ probability \hat{q} is:

$$\hat{q} = \frac{W^+ - W}{W^+ - W^-} \equiv \frac{M}{M + L} > 0$$

- Finally, if the agent holding the risky asset W requires full coverage, i.e. $E = W + M$, the price of the weather derivative simplifies to:

$$\hat{p} = \hat{q}(E - W^-) \equiv \hat{q}(L + M) \quad (41)$$

- **It is evident comparing (39) and (??) that, contrary to the insurance premium, the price of the weather derivative is neither affected by the agent’s utility function, nor by the asset’s intrinsic vulnerability to adverse climatic conditions (q). For instance, by the ability to construct such a riskless hedge, the asset’s owner de facto behaves as a risk neutral agent.**

4.5 Comparison

- For given coverage ($L + M$), the difference between the insurance premium (p) and the derivative value (\hat{p}) is given by $\Delta = (q - \hat{q})$. As the ‘risk-neutralized’ probability can be written as $\hat{q} = \frac{1}{1+L/M}$, we get:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial L/M} > 0$$

- **As the relative magnitude of harmful weather patterns (L/M) increases, the relative price of risk coverage by means of a standard insurance contract increases, i.e. it tends to become more appealing to hedge risks through a weather derivative (see Fig.1).**

- Similarly, as:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial q} > 0$$

- An increase of the risky asset's intrinsic vulnerability would amplify the range over which it becomes more 'profitable' to hedge weather risks through buying a derivative instead of subscribing an insurance contract (see Fig.7).

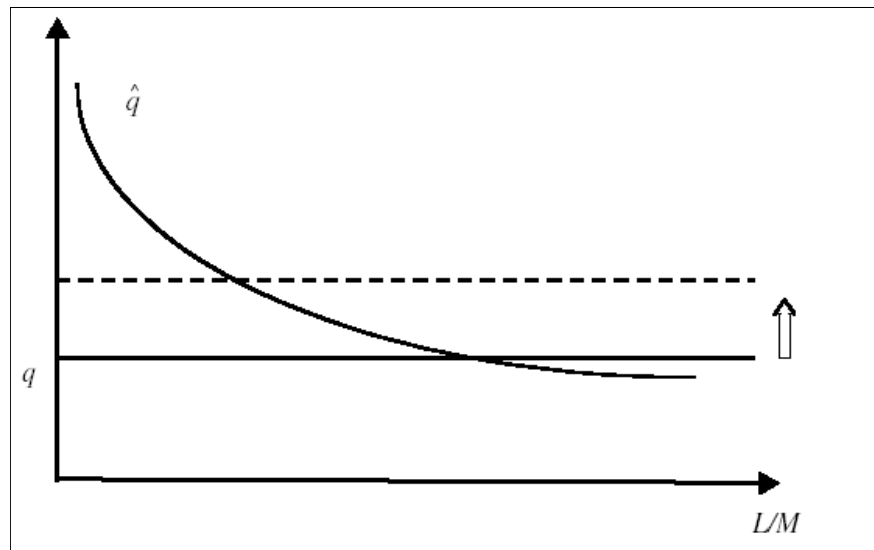


Figura 7

- Since, as underlined in the previous Section, global warming is expected to involve changes in the variability of climate, and changes in the frequency and intensity of some extreme climate phenomena (IPCC, 2001), weather derivatives may in principle become an appealing tool for hedging weather risks.